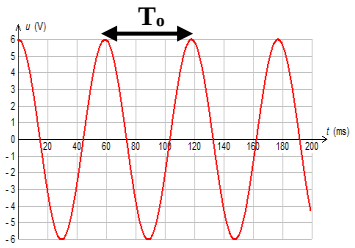
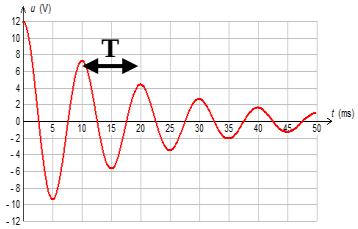
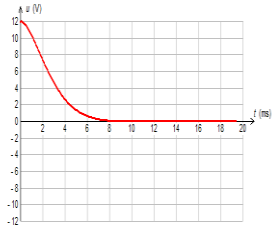
| | Systèmes mécaniques oscillants<br>- pendules – | 2ième BAC PC + SM |
|---|---|---|

## 1 – Définitions.

- Position d'équilibre stable : position occupé par le système lorsqu'on le libère à lui-même.
- Système oscillant : tout système effectuant un mouvement de va et vient autour de sa position d'équilibre stable.
- Mouvement oscillatoire : mouvement de va et vient autour d'une position bien déterminée.
- Mouvement oscillatoire libre : caractérise un oscillateur qui ne reçoit aucune énergie extérieure au cours du mvt.
- Caractéristiques du mvt oscillatoire :

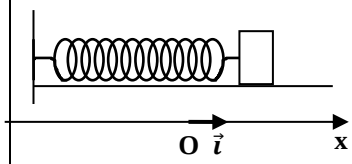
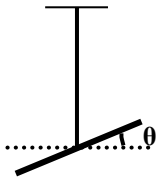
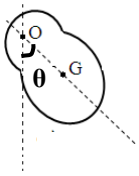
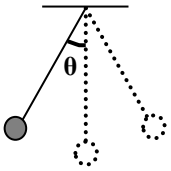
• Position d'équilibre stable.
• Amplitude du mvt : valeur maximale prise par la grandeur physique exprimant l'éloignement du système de sa position d'équilibre stable.
• Période : plus petite durée au cours de laquelle le système répète son mvt.

## 2 – Régimes des oscillations.

| Oscillations non amorties : mvt sans frottements.(régime périodique) | Oscillations non amorties : mvt avec frott | |
|---|---|---|
| | Régime pseudopériodique (frottements faibles) | Régime apériodique (frottements importants) |
|  <br>Conservation de l'énergie (pas de perte) |  <br>Perte d'énergie : amortissement faible |  <br>Pas d'oscillations : amortissement fort |

***Remarque :*** lors des frottements solides l'amortissement est linéaire ce qui n'est pas le cas des fluides (liquides + gaz).

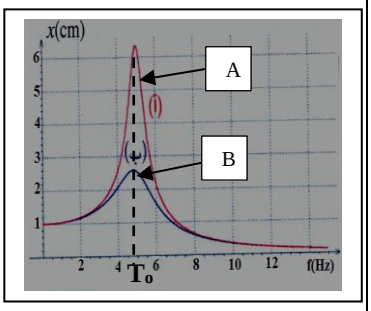
## 3 – Etudes dynamiques des oscillations libres non amorties (régimes périodiques).

| Oscillateur | Pendule élastique : solide + ressort | Pendule de torsion | Pendule pesant | Pendule simple |
|---|---|---|---|---|
| Schéma |  |  |  |  |
| Grandeur responsable du mvt | Force du rappel du ressort :<br>$\vec{F} = K.\overrightarrow{\Delta l} = -K.x\,\vec{i}$<br>Son intensité:<br>$F = K.\lvert\Delta l\rvert = K.\lvert x\rvert$ | Couple de torsion :<br>$M_C = -C.\theta$<br>Son unité :<br>**N.m.rad$^{-1}$** | Poids du corps :<br>$\vec{P} = m.\vec{g}$<br>Son moment est :<br>$M(\vec{P}) = -m.g.OG.\sin\theta$ | |
| Equation différentielle | Loi 2 de Newton :<br>$\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = m.\vec{a}_G$<br>Sur (O,x) : $-Kx = m.a_x$<br>Donc : $\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0}$ | R.F.D:<br>$\sum M(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>$-C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>Donc :<br>$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0}$ | R.F.D:<br>$\sum M(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>$-m.g.OG.\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>Pour : $\sin\theta \approx \theta$<br>$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{mg.OG}{J_\Delta}.\theta = 0}$ | $\sum M(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>$-mg.l.\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$<br>**Avec** $J_\Delta = m.l^2$<br>**Pour :** $\sin\theta \approx \theta$<br>$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l}.\theta = 0}$ |
| Nature du mvt | Rectiligne oscillatoire sinusoïdal périodique | Rotatoire oscillatoire sinusoïdal périodique | | |
| Equation horaire du mvt | $x(t) = X_m\cos(\frac{2\pi}{T_o}t + \varphi)$ | $\theta(t) = \theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_o}t + \varphi)$ | | |
| Période propre | $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ | $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ | $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mg.OG}}$ | $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ |

**Remarque** :pour le mvt amorti, on considère que la période propre est à peu près égale à la pseudopériode $T \approx T_o$

## 4 – Phénomène de résonance mécanique.

- Oscillations forcées :un système, appelé résonateur, réalise des oscillations forcées si un corps, appelé excitateur, lui impose son mvt périodique.
- Résonance mécanique : se produit si la période Te de l'excitateur se rapproche de la période propre du résonateur To (dans ce cas : Te = To) donc l'amplitude des oscillations devient maximale.
-L'effet de l'amortissement sur le phénomène de résonance mécanique :
  - ✓ Résonance aigue (avec amplitude maximale) : frottements faibles (courbe A).
  - ✓ Résonance floue : frottements importants (courbe B).




## 5 – Etude énergétique des oscillations mécaniques libres.

**Prof. Abihafs**

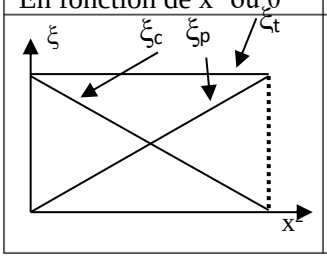
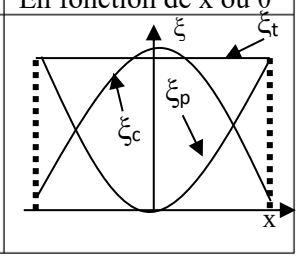
### 5.1 – Rappel.

| Nature du mvt | Travail | Energie cinétique | Energie potentille de pesanteur |
|---|---|---|---|
| Translation | $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{AB}$ <br> $= F.AB.cos(\widehat{\vec{F}.\vec{AB}})$ | $E_c = \frac{1}{2}m.v^2$ | $E_{pp} = m.g.(z - z_{réf})$ <br> $z_{réf}$ coordonnée de l'état de référence pour $E_{pp}$ |
| Rotation | $W = M.\Delta\theta = M.2\pi.n$ <br> M: moment de $\vec{F}$ <br> n: nombre de tours | $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ <br> $J_\Delta$ moment d'inertie | |

### 5.2 – Etude énergétique.

| oscillateur | Pendule élastique | Pend. de torsion | Pend. pesant | Pend. simple |
|---|---|---|---|---|
| Energie cinétique | $E_c = \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2$ | $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ | $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ | |
| Energie potentielle | - Energie potentielle élastique. <br> $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2 + cte$ <br> cte = 0 pour état de reference: ressort non déformé (x = 0) <br> - Energie potentielle de pesanteur. <br> $E_{pp} = m.g.(z - z_{réf})$ <br> $E_{pp} = 0$ pour le ressort horizontal si le plan horizontal contenant G et état de reference. <br> - Energie potentielle : <br> $E_p = E_{pe} + E_{pp}$ | - Energie potentielde torsion. <br> $E_{pt} = \frac{1}{2}C.\theta^2 + cte$ <br> cte = 0 pour θ = 0 état de reference: fil non déformé <br> - Energie potentielle de pesanteur. <br> $E_{pp} = m.g.(z - z_{réf})$ <br> $E_{pp} = 0$ si le plan horizontal contenant G et état de reference. <br> - Energie potentielle : <br> $E_p = E_{pe} + E_{pp}$ | $E_{pp} = m.g.(z - z_{réf})$ <br> $E_{pp} = mg.OG(1 - cos\theta)$ <br> Souvent: $z_{réf} = 0$ <br> Pour θ petite en rad on a <br> $1 - cos(\theta) = \frac{1}{2}\theta^2$ <br> Donc: <br> $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.OG.\theta^2$ <br> - Cas du pendule simple: <br> $OG = l$ <br> Donc: $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.l.\theta^2$ | |
| Energie mécanique | $E_m = E_C + E_{Pe} + E_{pp}$ <br> Si $E_{pp}$ = 0 et cte = 0 pour Epe alors: <br> $E_m = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}K.x^2$ <br> **Alors:** $E_m = E_{pemax} = E_{cmax}$ | $E_m = E_C + E_{Pt} + E_{pp}$ <br> Si $E_{pp}$ = 0 et cte = 0 pour Ept alors: <br> $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C.\theta^2$ <br> **Alors:** $E_m = E_{ptmax} = E_{cmax}$ | $E_m = E_C + E_{pp}$ <br> $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + mg.OG(1 - cos\theta)$ <br> Si θ est petite on a: <br> $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mg.OG.\theta^2$ <br> **Alors:** $E_m = E_{ppmax} = E_{cmax}$ | |
| Travail de la grandeur du mvt (x ou θ) | Travail de la force du rappel : <br> $W(\vec{F}) = \frac{1}{2}K.x_1^2 - \frac{1}{2}K.x_2^2$ <br> $W(\vec{F}) = -\Delta E_{pe}$ | Travail du couple de torsion : <br> $W = \frac{1}{2}C.\theta_1^2 - \frac{1}{2}C.\theta_2^2$ <br> $W = -\Delta E_{pt}$ | Travail du poids : <br> $W(\vec{P}) = m.g(z_1 - z_2)$ <br> $W(\vec{P}) = \pm m.g.h$ | |

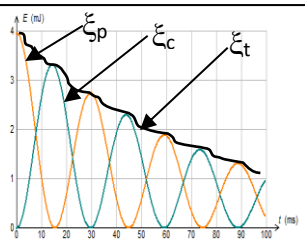
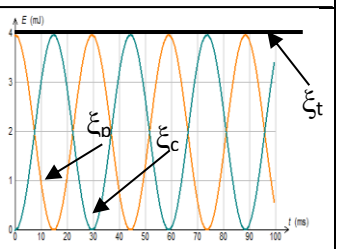
- Courbes énergétiques :

| En fonction de $x^2$ ou $\theta^2$ | En fonction de x ou θ |
|---|---|
|  |  |





En fonction du temps t

| Mvt avec frottements | Mvt sans frottements |
|---|---|
|  |  |
| Si à t = 0 on a v(0) = 0 | Si à t = 0 on a v(0) = 0 |

| | |
|---|---|